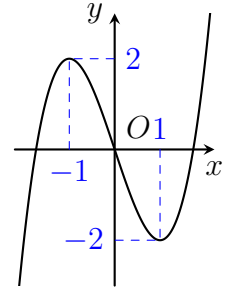


Họ, tên thí sinh: .....  
Số báo danh: .....

MÃ ĐỀ: 001

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

- A.  $y = -2$ .      B.  $y = 2$ .      C.  $x = -1$ .      D.  $x = 1$ .



**Câu 2.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý, biểu thức  $a^{\frac{5}{2}} : a^{\frac{1}{2}}$  bằng

- A.  $a^{\frac{5}{4}}$ .      B.  $a^2$ .      C.  $a^5$ .      D.  $a^3$ .

**Câu 3.** Diện tích đáy của khối lăng trụ có thể tích là  $V$  và chiều cao là  $h$  bằng:

- A.  $\frac{V}{h}$ .      B.  $Vh$ .      C.  $\frac{V}{3h}$ .      D.  $\frac{3V}{h}$ .

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(-3; -1; 2)$  và có một vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (4; 3; -2)$  là

- A.  $-3x - y + 2z + 19 = 0$ .      B.  $4x + 3y - 2z + 19 = 0$ .  
C.  $4x + 3y - 2z - 19 = 0$ .      D.  $-3x - y + 2z - 19 = 0$ .

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$  cắt trục  $Ox$  tại điểm

- A.  $N(-2; 0; 0)$ .      B.  $P\left(\frac{2}{3}; 0; 0\right)$ .      C.  $M(1; 0; 0)$ .      D.  $Q(2; 0; 0)$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ . Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình

- A.  $x = -\frac{1}{2}$ .      B.  $x = 2$ .      C.  $x = 1$ .      D.  $x = -1$ .

**Câu 7.** Nếu  $\int_0^2 f(x)dx = 3$  thì  $\int_0^2 3f(x)dx$  bằng

- A. 1.      B. 3.      C. 6.      D. 9.

**Câu 8.** Cho các số phức  $z_1 = 2 + 3i$  và  $z_2 = 1 + i$ . Môđun của số phức  $z_1 + z_2$  bằng

- A.  $\sqrt{2}$ .      B.  $\sqrt{5}$ .      C.  $\sqrt{13}$ .      D. 5.

**Câu 9.** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng  $a$  và diện tích xung quanh bằng  $6\pi a^2$ . Chiều cao của hình trụ là

- A.  $3a$ .      B.  $3\pi a$ .      C.  $6a$ .      D.  $6\pi a$ .

**Câu 10.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log(x+1) \geq 1$  là

- A.  $(0; +\infty)$ .      B.  $[9; +\infty)$ .      C.  $[0; +\infty)$ .      D.  $(9; +\infty)$ .

**Câu 11.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log(100a)$  bằng

- A.  $2 - \log a$ .      B.  $2 + a$ .      C.  $a$ .      D.  $2 + \log a$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $f(x) = 1 + 4\sin 2x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int f(x)dx = x + 2\cos 2x + C$ .      B.  $\int f(x)dx = x - 4\cos 2x + C$ .  
C.  $\int f(x)dx = 8\cos 2x + C$ .      D.  $\int f(x)dx = x - 2\cos 2x + C$ .

**Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x - 1$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; 0)$ .      B.  $(-\infty; 1)$ .      C.  $(1; +\infty)$ .      D.  $(-\infty; +\infty)$ .

**Câu 14.** Thể tích của khối chóp có diện tích đáy  $B$  và chiều cao  $h$  tương ứng là:

- A.  $Bh$ .                      B.  $\pi B^2 h$ .                      C.  $\frac{1}{3} Bh$ .                      D.  $\frac{1}{3} \pi B^2 h$ .

**Câu 15.** Số phức liên hợp của số phức  $-2 + 3i$  là

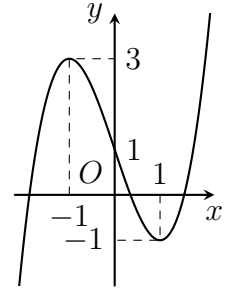
- A.  $-2 - 3i$ .                      B.  $2 + 3i$ .                      C.  $3 - 2i$ .                      D.  $2 - 3i$ .

**Câu 16.** Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.  $\int x^3 dx = x^4 + C$ .                      B.  $\int x^3 dx = 3x^2 + C$ .                      C.  $\int x^3 dx = \frac{x^3}{\ln 3} + C$ .                      D.  $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$ .

**Câu 17.** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong hình bên

- A.  $y = -x^3 - 3x^2 - 1$ .                      B.  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ .  
C.  $y = x^3 - 3x - 1$ .                      D.  $y = x^3 - 3x + 1$ .



**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có phương trình  $(x + 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 4$ . Tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của mặt cầu là

- A.  $I(-1; 0; -1); R = 4$ .                      B.  $I(1; 0; 1); R = 2$ .  
C.  $I(-1; 0; -1); R = 2$ .                      D.  $I(1; 0; 1); R = 4$ .

**Câu 19.** Cho hình nón có bán kính đáy và chiều cao đều bằng  $a$ . Độ dài đường sinh của hình nón bằng

- A.  $4a$ .                      B.  $a\sqrt{3}$ .                      C.  $2a$ .                      D.  $a\sqrt{2}$ .

**Câu 20.** Biết  $\int_1^3 f(x) dx = 2$  và  $\int_1^5 f(x) dx = -1$ . Tích phân  $\int_3^5 f(x) dx$  bằng

- A. 3.                      B. 9.                      C. 2.                      D. -3.

**Câu 21.** Tập xác định của hàm số  $f(x) = (-x^2 + 10x - 1)^{\sqrt{3}}$  chứa bao nhiêu số nguyên?

- A. 11.                      B. 6.                      C. 5.                      D. 9.

**Câu 22.** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^2 + 2x$  và đồ thị hàm số  $y = 3x$  là

- A. 0.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 1.

**Câu 23.** Trong không gian  $Oxyz$ , khoảng cách từ điểm  $M(2; -3; -1)$  đến mặt phẳng  $(Oxy)$  là

- A.  $\sqrt{14}$ .                      B. 1.                      C. 3.                      D. 2.

**Câu 24.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $\sqrt{2}$ ,  $SA = 1$  và vuông góc với mặt đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AC$  bằng

- A.  $\sqrt{2}$ .                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C. 1.                      D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 25.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn phương trình  $z + 2\bar{z} = 6 - 4i$ . Tìm phần ảo của số phức  $z$ .

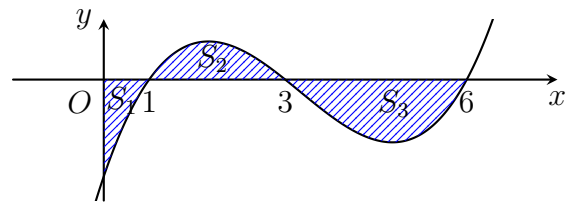
- A. 4.                      B. 2.                      C. 6.                      D. -4.

**Câu 26.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.

Biết rằng diện tích các miền gạch chéo như hình vẽ là

$S_1 = 1; S_2 = 2$  và  $S_3 = 4$ . Tích phân  $\int_0^6 f(x) dx$  bằng

- A. -3.                      B. 3.                      C. 5.                      D. -1.



**Câu 27.** Một tổ có 10 học sinh, có bao nhiêu cách chọn ra một đội gồm 4 bạn trong tổ để đi tình nguyện bảo vệ môi trường?

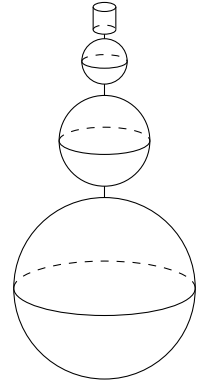
- A. 5040.                      B. 216.                      C. 210.                      D. 18.

**Câu 28.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và công bội là  $q = 2$ . Giá trị của  $u_4$  bằng

- A.  $\frac{1}{8}$ .                      B. 16.                      C. 4.                      D.  $\frac{1}{16}$ .



**Câu 43.** Một bông hoa tai bằng vàng có dạng xích nối như hình vẽ. Biết phía trên là hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông cạnh 1cm. Phía dưới là 3 quả cầu nối tiếp nhau sao cho chiều cao hình trụ và đường kính của chúng theo thứ tự tạo thành cấp số nhân với công bội  $q = 2$ . (Giả sử phần dây nối có thể tích không đáng kể). Tính thể tích bông hoa tai?



- A.  $\frac{1171}{12}\pi$  (cm<sup>3</sup>).    B.  $\frac{1168}{12}\pi$  (cm<sup>3</sup>).    C.  $\frac{1213}{12}\pi$  (cm<sup>3</sup>).    D.  $\frac{1169}{12}\pi$  (cm<sup>3</sup>).

**Câu 44.** Cho các số phức  $z_1; z_2$ , ( $z_2 \neq 1$ ) thỏa mãn  $|z_1| = 1$ ;  $\frac{z_2 + 1}{z_2 - 1}$  là số thuần ảo và  $z_1^2 z_2 - z_1 z_2^2 = \sqrt{2}$ .

Gọi  $A, B, C$  lần lượt là điểm biểu diễn hình học của các số phức  $z_1; z_2; 3z_1 + 2z_2$  trên mặt phẳng tọa độ. Tính diện tích của tam giác  $ABC$ .

- A.  $\frac{3}{2}$ .    B. 6.    C.  $\frac{1}{2}$ .    D. 2.

**Câu 45.** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên khoảng  $(1; +\infty)$  thỏa mãn

$f'(x) = \frac{f(x)}{x \ln x} + 3x^2 \ln x$  và  $f(e) = e^3$ . Tích phân  $\int_e^{e^2} \frac{f(x)}{x^4} dx$  bằng

- A.  $\frac{3}{2}$ .    B.  $\frac{1}{2}$ .    C. 2.    D.  $\frac{5}{2}$ .

**Câu 46.** Cho các số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1 - 2 - 4i| = 1$ ;  $|z_2 + 2| = |z_2 + 2i|$ , biết rằng  $\frac{z_1 - z_2}{1 + 2i}$  là số thực. Gọi  $M, m$  là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của  $|z_1 - z_2|$ . Khi đó  $M + m$  thuộc khoảng nào sau đây?

- A. (9; 10).    B. (8; 9).    C. (10; 11).    D. (7; 8).

**Câu 47.** Cho  $x, y$  là các số thực thỏa mãn

$$\log_5(x^2 + (y + 1)^2) + \log_3(x^2 + y^2) \leq \log_3(x^2 - 56 + (y + 8)^2) + \log_5(2y + 1).$$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = x + y$ .

- A.  $4 + \sqrt{5}$ .    B.  $4 + 2\sqrt{10}$ .    C.  $2 + 2\sqrt{10}$ .    D. 4.

**Câu 48.** Cho hàm số đa thức  $y = f(x)$  có  $f'(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ , với  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Biết rằng hàm số  $g(x) = f(x) - \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x + 1$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$  và hàm số  $h(x) = 6f(x) - 3x^4 - 2x^3 + 9x^2 - 12x + 1$  nghịch biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ . Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại điểm có hoành độ  $x = -2$ , biết tiếp tuyến đi qua điểm  $M(0; 1)$ .

- A.  $y = -3x + 1$ .    B.  $y = 3x + 1$ .    C.  $y = 5x + 1$ .    D.  $y = -5x + 1$ .

**Câu 49.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $A(0; 0; 0)$ ,  $B(2; 0; 0)$ ,  $C(2; 2; 0)$ ,  $D(0; 2; 0)$ ,  $S(0; 0; 2)$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $SAC$ ,  $M$  là điểm thuộc miền trong của tứ giác  $ABCD$  sao cho tia  $MG$  cắt mặt bên  $SAB$  của hình chóp tại  $N$ . Khi biểu thức  $Q = \frac{MG}{NG} + \frac{NG}{MG}$  đạt giá trị nhỏ nhất thì điểm  $M$  chạy trên một đoạn thẳng, đường thẳng chứa đoạn thẳng đó đi qua điểm nào sau đây?

- A.  $\left(2; \frac{2}{3}; 0\right)$ .    B.  $\left(1; \frac{2}{3}; 0\right)$ .    C.  $\left(-1; \frac{2}{3}; 0\right)$ .    D.  $\left(2; \frac{4}{3}; 0\right)$ .

**Câu 50.** Cho hình lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = 2a$ ,  $AC = 4a$  và  $A'A = A'B = A'C$ . Biết hai mặt phẳng  $(A'AC)$  và  $(DA'C')$  tạo với nhau một góc bằng  $30^\circ$ , tính thể tích khối lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$ .

- A.  $6a^3\sqrt{3}$ .    B.  $4a^3\sqrt{3}$ .    C.  $12a^3\sqrt{3}$ .    D.  $8a^3\sqrt{3}$ .

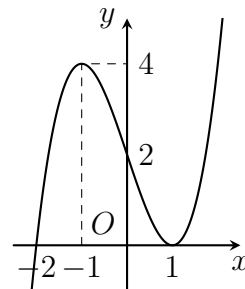
————— HẾT —————

Họ, tên thí sinh: .....  
Số báo danh: .....

MÃ ĐỀ: 002

**Câu 1.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 25$  có tọa độ tâm là  
A.  $(1; -2; -1)$ .      B.  $(1; -2; 1)$ .      C.  $(-1; -2; 1)$ .      D.  $(-1; 2; 1)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = -2$ .      B. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 4$ .  
C. Hàm số đạt cực đại tại  $x = -1$ .      D. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 0$ .

**Câu 3.** Từ tập  $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$  có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 4 chữ số đôi một khác nhau?

- A.  $A_5^4$ .      B.  $3A_4^3$ .      C.  $3C_4^3$ .      D.  $C_5^4$ .

**Câu 4.** Cho  $\int_1^4 f(x)dx = -2$ . Tính  $\int_1^4 2f(x)dx$ .

- A. 4.      B. 6.      C. -4.      D. -6.

**Câu 5.** Cho  $a$  là số thực dương tùy ý và khác 1. Giá trị của  $\log_a \sqrt[3]{a}$  bằng

- A.  $-\frac{1}{3}$ .      B.  $\frac{1}{3}$ .      C. -3.      D. 3.

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng

$x$	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$y'$		+	0	-	0	+
$y$	$-\infty$		↗ 2 ↘		-1	↗ $+\infty$

- A.  $(-1; 1)$ .      B.  $(-\infty; 1)$ .  
C.  $(-\infty; -2)$ .      D.  $(-1; +\infty)$ .

**Câu 7.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -2, u_2 = 4$ . Công bội của cấp số nhân đó là

- A. 2.      B. -6.      C. -2.      D. 6.

**Câu 8.** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy  $B = 12$  và chiều cao  $h = 6$ . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 72.      B. 36.      C. 18.      D. 24.

**Câu 9.** Số phức  $z = 2 - 3i$  có số phức liên hợp là

- A.  $3 + 2i$ .      B.  $-2 - 3i$ .      C.  $-2 + 3i$ .      D.  $2 + 3i$ .

**Câu 10.** Nghiệm của phương trình  $3^{x+1} = 9$  là

- A.  $x = 1$ .      B.  $x = -1$ .      C.  $x = 2$ .      D.  $x = 5$ .

**Câu 11.** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào sau đây biểu diễn số phức  $z = -1 + 2i$ ?

- A.  $M(1; -2)$ .      B.  $P(-1; -2)$ .      C.  $N(1; 2)$ .      D.  $Q(-1; 2)$ .

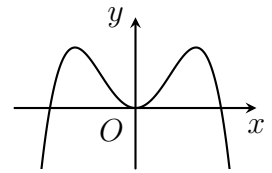
**Câu 12.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình  $f(x) = 0$  là

$x$	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$		↗ 2 ↘		-3	↗ $+\infty$

- A. 3.      B. 0.      C. 1.      D. 2.

**Câu 13.** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình vẽ.

- A.  $y = -x^4 + 2x^2$ .                      B.  $y = x^3 - 2x^2$ .  
 C.  $y = -x^3 + 2x^2$ .                      D.  $y = x^4 - 2x^2$ .



**Câu 14.** Giá trị của  $I = \int_1^2 x dx$  là:

- A. 1.                      B.  $\frac{2}{3}$ .                      C. -1.                      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 15.** Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-2}{x+1}$ ?

- A.  $x = 1$ .                      B.  $y = -1$ .                      C.  $x = -1$ .                      D.  $y = 2$ .

**Câu 16.** Cho hàm số  $f(x) = 2e^x - 3$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int f(x)dx = 2e^x - 3x + C$ .                      B.  $\int f(x)dx = 2e^{x-1} + C$ .  
 C.  $\int f(x)dx = 2e^x + 3x + C$ .                      D.  $\int f(x)dx = 2e^x + C$ .

**Câu 17.** Thể tích khối nón tròn xoay có đường kính đáy bằng 4 và chiều cao bằng 3 là:

- A.  $4\pi$ .                      B.  $48\pi$ .                      C.  $16\pi$ .                      D.  $12\pi$ .

**Câu 18.** Số điểm cực trị của hàm số  $y = x^4 + 3x^2 - 4$  là

- A. 3.                      B. 2.                      C. 0.                      D. 1.

**Câu 19.** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P): 2x - y + z - 3 = 0$ ?

- A.  $\vec{n}_2 = (2; 1; 1)$ .                      B.  $\vec{n}_3 = (2; -1; 1)$ .                      C.  $\vec{n}_4 = (2; 0; -3)$ .                      D.  $\vec{n}_1 = (2; 1; -1)$ .

**Câu 20.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \log_3(x - 2)$ .

- A.  $D = (2; +\infty)$ .                      B.  $D = [2; +\infty)$ .                      C.  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ .                      D.  $D = (3; +\infty)$ .

**Câu 21.** Một tổ có 7 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh từ tổ đó. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn luôn có học sinh nam là

- A.  $\frac{151}{165}$ .                      B.  $\frac{14}{165}$ .                      C.  $\frac{329}{330}$ .                      D.  $\frac{1}{330}$ .

**Câu 22.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh bằng  $\sqrt{2}$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = 1$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AC$  bằng

- A.  $\sqrt{2}$ .                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      D. 1.

**Câu 23.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $z + 2\bar{z} = 6 - 4i$ . Tìm phần ảo của số phức  $z$ .

- A. 6.                      B. 2.                      C. -4.                      D. 4.

**Câu 24.** Cho hình trụ có thiết diện đi qua trục là một hình vuông có cạnh bằng  $4a$ . Diện tích xung quanh của hình trụ là

- A.  $S = 24\pi a^2$ .                      B.  $S = 16\pi a^2$ .                      C.  $S = 8\pi a^2$ .                      D.  $S = 4\pi a^2$ .

**Câu 25.** Hàm số  $y = x^3 - 3x$  có giá trị nhỏ nhất trên  $[-1; 3]$  bằng

- A. 18.                      B. 2.                      C. -2.                      D. 0.

**Câu 26.** Hàm số  $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + 5$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-1; 3)$ .                      B.  $(3; +\infty)$ .                      C.  $(-\infty; -1)$ .                      D.  $(-\infty; 3)$ .

**Câu 27.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $C$ ,  $SA = AC = a$  và  $SA \perp (ABC)$ . Tính khoảng cách từ  $C$  đến  $(SAB)$ .

- A.  $a\sqrt{2}$ .                      B.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .                      C.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .                      D.  $a$ .

**Câu 28.** Cho  $\int_0^4 f(x)dx = 6$ . Tính tích phân  $K = \int_0^2 f(2x) dx$ .

- A.  $K = 6$ .                      B.  $K = 18$ .                      C.  $K = 3$ .                      D.  $K = 12$ .

**Câu 29.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $SB$  và  $SA$ . Số đo của góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $CB$  bằng

- A.  $60^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      D.  $30^\circ$ .

**Câu 30.** Với mọi số thực  $a$  dương,  $a \cdot \sqrt{a}$  bằng?

- A.  $a^{\frac{1}{2}}$ .                      B.  $a^{\frac{5}{2}}$ .                      C.  $a^{\frac{2}{3}}$ .                      D.  $a^{\frac{3}{2}}$ .

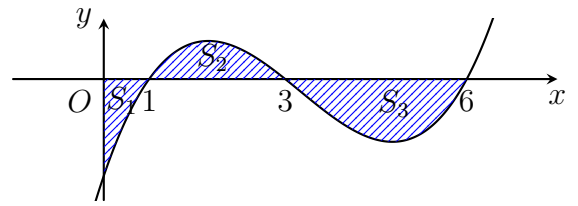
**Câu 31.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{3}} x > 2$  là

- A.  $(-\infty; \frac{1}{9})$ .                      B.  $(0; \frac{1}{9})$ .                      C.  $(9; +\infty)$ .                      D.  $(\frac{1}{9}; +\infty)$ .

**Câu 32.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng diện tích các miền gạch chéo như hình vẽ là  $S_1 = 2$ ;

$S_2 = 3$  và  $S_3 = 5$ . Tích phân  $\int_0^6 f(x)dx$  bằng

- A.  $-4$ .                      B.  $-3$ .                      C.  $5$ .                      D.  $3$ .



**Câu 33.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 1; 0)$  và mặt phẳng  $(P): 2x + 2y + z - 1 = 0$ . Mặt phẳng  $(Q)$  đi qua  $A$  và song song với  $(P)$  có phương trình là

- A.  $(Q): 2x + 2y + z - 4 = 0$ .                      B.  $(Q): 2x - 2y + z = 0$ .  
C.  $(Q): 2x + 2y - z + 1 = 0$ .                      D.  $(Q): 2x + 2y + z = 0$ .

**Câu 34.** Cho hàm số  $y = f(x)$  là hàm số đa thức, có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số  $y = f(x - 1)$  đạt cực tiểu tại

- A.  $x = -1$ .                      B.  $x = 0$ .  
C.  $x = -2$ .                      D.  $x = 1$ .

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$2$	$+\infty$
$f(x)$		↗ 1 ↘	↘ -2 ↗	↗ 1 ↘	

**Câu 35.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin 2x$ .

- A.  $\int f(x)dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$ .                      B.  $\int f(x)dx = \cos 2x + C$ .  
C.  $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \cos 2x + C$ .                      D.  $\int f(x)dx = -\cos 2x + C$ .

**Câu 36.** Tập xác định của hàm số  $f(x) = (-x^2 + 10x - 1)^{\sqrt{3}}$  chứa bao nhiêu số nguyên?

- A. 9.                      B. 5.                      C. 6.                      D. 11.

**Câu 37.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x - 2)^3(x + 3), \forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

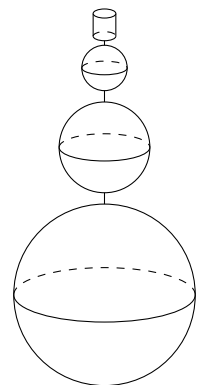
- A.  $(2; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; -3)$ .                      C.  $(-\infty; 2)$ .                      D.  $(-3; 2)$ .

**Câu 38.** Một nhóm học sinh gồm 7 bạn nam và 4 bạn nữ đứng ngẫu nhiên thành một hàng. Xác suất để có đúng 2 trong 4 bạn nữ đứng cạnh nhau bằng

- A.  $\frac{2}{11}$ .                      B.  $\frac{27}{55}$ .                      C.  $\frac{28}{55}$ .                      D.  $\frac{6}{11}$ .

**Câu 39.** Một bông hoa tai bằng vàng có dạng xích nối như hình vẽ. Biết phía trên là hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông cạnh 1cm. Phía dưới là 3 quả cầu nối tiếp nhau sao cho chiều cao hình trụ và đường kính của chúng theo thứ tự tạo thành cấp số nhân với công bội  $q = 2$ . (Giả sử phần dây nối có thể tích không đáng kể). Tính thể tích bông hoa tai?

- A.  $\frac{1213}{12} \pi$  (cm<sup>3</sup>).                      B.  $\frac{1169}{12} \pi$  (cm<sup>3</sup>).                      C.  $\frac{1171}{12} \pi$  (cm<sup>3</sup>).                      D.  $\frac{1168}{12} \pi$  (cm<sup>3</sup>).



**Câu 40.** Cho các số phức  $z_1, z_2, (z_2 \neq 1)$  thỏa mãn  $|z_1| = 1; \frac{z_2 + 1}{z_2 - 1}$  là số thuần ảo và  $z_1^2 z_2 - z_1 z_2^2 = \sqrt{2}$ .

Gọi  $A, B, C$  lần lượt là điểm biểu diễn hình học của các số phức  $z_1, z_2, 3z_1 + 2z_2$  trên mặt phẳng tọa độ. Tính diện tích của tam giác  $ABC$ .

- A. 2.                      B. 6.                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{3}{2}$ .



**Câu 41.** Cho phương trình  $\left[\log_3(x^2 - x - 2) + \log_{\frac{1}{3}} 4\right](4^x - m) = 0$  (1). Tìm số giá trị nguyên của tham số  $m \in [1; 100]$  để phương trình (1) có đúng ba nghiệm phân biệt.

- A. 84. B. 81. C. 83. D. 82.

**Câu 42.** Cho hàm số  $y = x^4 + 2(m - 1)x^2 + 3$ . Khi đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều thì giá trị của tham số  $m$  thuộc khoảng nào sau đây?

- A.  $(-1; 0)$ . B.  $(1; 2)$ . C.  $(0; 1)$ . D.  $(-2; -1)$ .

**Câu 43.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$  và điểm  $A(0; 1; -2)$ . Từ  $A$  kẻ các tiếp tuyến đến  $(S)$  với các tiếp điểm thuộc đường tròn  $(C_1)$ . Từ điểm  $M$  di động nằm ngoài  $(S)$  và nằm trong mặt phẳng chứa đường tròn  $(C_1)$ , kẻ các tiếp tuyến đến  $(S)$  với các tiếp điểm thuộc đường tròn  $(C_2)$ . Biết rằng nếu  $(C_1)$  và  $(C_2)$  có cùng bán kính thì  $M$  luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính  $r$  của đường tròn đó bằng?

- A.  $r = 3\sqrt{6}$ . B.  $r = 2\sqrt{6}$ . C.  $r = 3\sqrt{2}$ . D.  $r = \sqrt{10}$ .

**Câu 44.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm, liên tục trên  $[0; 2]$  và thỏa mãn  $2f(2) = \int_0^2 x(f'(x) - 1) dx$ .

Tích phân  $I = \int_0^2 f(x) dx$  bằng

- A. -4. B. -2. C. 2. D. 4.

**Câu 45.** Cho hàm số đa thức  $y = f(x)$  có  $f'(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ , với  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Biết rằng hàm số  $g(x) = f(x) - \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x + 1$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$  và hàm số  $h(x) = 6f(x) - 3x^4 - 2x^3 + 9x^2 - 12x + 1$  nghịch biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ . Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại điểm có hoành độ  $x = -2$ , biết tiếp tuyến đi qua điểm  $M(0; -1)$ ?

- A.  $y = -3x - 1$ . B.  $y = 3x - 1$ . C.  $y = -5x - 1$ . D.  $y = 5x - 1$ .

**Câu 46.** Cho hình lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = 2a$ ,  $AC = 4a$  và  $A'A = A'B = A'C$ . Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng  $(A'AC)$  và  $(DA'C')$  bằng  $45^\circ$ , tính thể tích khối lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$ .

- A.  $6a^3\sqrt{3}$ . B.  $4a^3\sqrt{3}$ . C.  $8a^3\sqrt{3}$ . D.  $12a^3$ .

**Câu 47.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $A(0; 0; 0)$ ,  $B(2; 0; 0)$ ,  $C(2; 2; 0)$ ,  $D(0; 2; 0)$ ,  $S(0; 0; 2)$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $SBD$ ,  $M$  là điểm thuộc miền trong của tứ giác  $ABCD$  sao cho tia  $MG$  cắt mặt bên  $SAB$  của hình chóp tại  $N$ . Khi biểu thức  $Q = \frac{MG}{NG} + \frac{NG}{MG}$  đạt giá trị nhỏ nhất thì điểm  $M$  chạy trên một đoạn thẳng, đường thẳng chứa đoạn thẳng đó đi qua điểm nào sau đây?

- A.  $\left(1; \frac{2}{3}; 0\right)$ . B.  $(2; 1; 0)$ . C.  $\left(3; \frac{4}{3}; 0\right)$ . D.  $\left(1; \frac{5}{3}; 0\right)$ .

**Câu 48.** Cho các số thực  $x, y$  thỏa mãn

$$\log_5(x^2 + (y + 1)^2) + \log_3(x^2 + y^2) \leq \log_3(x^2 - 56 + (y + 8)^2) + \log_5(2y + 1).$$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = x + y$ .

- A.  $4 + 2\sqrt{10}$ . B. 4. C.  $2 + 2\sqrt{10}$ . D.  $4 + \sqrt{5}$ .

**Câu 49.** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên khoảng  $(1; +\infty)$  thỏa mãn

$$f'(x) = \frac{f(x)}{x \ln x} + 3x^2 \ln x \text{ và } f(e) = e^3. \text{ Tích phân } \int_e^{e^2} \frac{f(x)}{x^4} dx \text{ bằng}$$

- A.  $\frac{3}{2}$ . B. 2. C.  $\frac{1}{2}$ . D.  $\frac{5}{2}$ .

**Câu 50.** Cho các số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1 - 2 - 4i| = 1$ ;  $|z_2 + 2| = |z_2 + 2i|$ , biết rằng  $\frac{z_1 - z_2}{1 + 2i}$  là số thực. Gọi  $M, m$  là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của  $|z_1 - z_2|$ . Khi đó  $M + m$  thuộc khoảng nào sau đây?

- A.  $(9; 10)$ . B.  $(10; 11)$ . C.  $(7; 8)$ . D.  $(8; 9)$ .

———— HẾT ————



Câu hỏi	Mã đề 001	Mã đề 002	Mã đề 003	Mã đề 004	Mã đề 005	Mã đề 006	Mã đề 007	Mã đề 008
1	B	D	B	A	B	C	C	B
2	B	C	C	C	B	C	D	A
3	A	B	B	A	B	B	D	B
4	B	C	A	A	D	B	D	A
5	C	B	A	C	A	A	C	A
6	C	C	D	C	A	C	D	D
7	D	C	B	C	A	D	A	B
8	D	A	D	C	C	C	D	D
9	A	D	D	D	B	A	C	B
10	B	A	A	D	D	A	A	B
11	D	D	A	A	B	B	C	A
12	D	A	B	D	B	A	A	B
13	C	A	A	B	C	C	B	A
14	C	D	B	D	C	A	B	A
15	A	C	B	C	C	C	B	A
16	D	A	A	A	D	D	A	A
17	D	A	C	B	C	C	C	C
18	C	D	A	B	A	A	A	A
19	D	B	C	C	C	D	C	B
20	D	A	C	B	D	B	B	D
21	D	C	C	B	A	C	C	C
22	C	C	B	B	D	D	D	A
23	B	D	C	C	D	C	D	B
24	D	B	C	D	D	A	B	D
25	A	C	D	C	B	C	D	B
26	A	A	B	A	D	D	B	A
27	C	B	B	A	B	D	B	B
28	B	C	B	C	B	B	B	B
29	C	B	C	D	B	B	A	B
30	B	D	C	B	B	C	A	B
31	C	B	B	A	B	A	B	B
32	D	A	C	C	A	A	C	B
33	C	A	B	D	B	D	C	D
34	D	D	B	B	D	A	D	C
35	A	A	B	A	B	D	C	B
36	D	A	C	D	B	A	B	B
37	C	D	D	C	A	C	B	D
38	C	C	A	B	B	C	D	A
39	D	C	A	A	B	B	B	D
40	C	A	D	B	A	C	A	C
41	B	C	C	C	C	B	A	A
42	B	A	A	B	C	B	A	C
43	A	B	A	B	A	B	D	D
44	D	B	C	D	C	D	C	D
45	A	D	C	A	A	A	D	D
46	B	D	B	D	C	A	C	D
47	B	C	B	A	B	B	B	B
48	C	A	C	D	A	D	D	D
49	D	A	C	B	B	C	C	B
50	C	D	A	D	D	A	B	B

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 36.**  $\int_0^3 f(x) dx = -S_1 + S_2 - S_3 = -3$

**Câu 38.** Không gian mẫu  $n(\Omega) = 11!$

Gọi  $A$  là biến cố: “Xếp 7 nam và 4 nữ đứng thành một hàng mà có đúng 2 trong 4 nữ đứng cạnh nhau”.

+) Xếp 7 nam vào 7 vị trí: có  $7!$  cách. Khi đó 7 nam tạo thành 8 khoảng trống.

+) Chọn 2 trong 4 nữ đứng cạnh nhau và hoán vị 2 nữ này: có  $A_4^2$  cách.

+) Coi 2 nữ còn lại và cặp nữ đứng cạnh nhau là 3 nữ, ta xếp vào 8 khoảng trống do 7 nam tạo thành: có  $A_8^3$  cách.

$$\Rightarrow n(A) = 7! \cdot A_4^2 \cdot A_8^3 \Rightarrow P(A) = \frac{28}{55}$$

**Câu 40.**  $\cos \varphi = \frac{b^3 + 8a}{b^3 - 8a} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{8(m-1)^3 + 8}{8(m-1)^3 - 8} \Leftrightarrow m = 1 - \sqrt[3]{3} \approx -0,44$

**Câu 41.**  $2f(2) = \int_0^2 x(f'(x) - 1) dx = \int_0^2 x d(f(x) - x) = x(f(x) - x) \Big|_0^2 - \int_0^2 (f(x) - x) dx$

$$= 2f(2) - 4 - I + \int_0^2 x dx = 2f(2) - 4 - I + \frac{1}{2} x^2 \Big|_0^2 = 2f(2) - 4 - I + 2$$

$$\Leftrightarrow I = -2$$

**Câu 42.** Điều kiện:  $\begin{cases} x > 2 \\ x < -1 \end{cases}$

$$\left[ \log_2(x^2 - x - 2) + \log_{\frac{1}{2}} 4 \right] (4^x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(x^2 - x - 2) = \log_2 4 \\ m = 4^x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 6 = 0 \\ m = 4^x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2; x = 3 \\ m = 4^x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2; x = 3 \\ x = \log_4 m \end{cases}$$

Phương trình có đúng ba nghiệm phân biệt khi  $\begin{cases} \log_4 m \neq -2 \\ \log_4 m \neq 3 \\ \log_4 m > 2 \\ \log_4 m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \begin{cases} m \neq \frac{1}{16}; m \neq 64 \\ m > 16 \\ 0 < m < \frac{1}{4} \end{cases}$

Do  $m$  nguyên và  $m \in [1; 100]$ , nên  $\begin{cases} 17 \leq m \leq 100 \\ m \neq 64 \end{cases}$ , vậy có 83 giá trị của  $m$ .

**Câu 43.** Gọi  $z_2 = x + iy$ , khi đó

$$\begin{aligned} \frac{z_2 + 1}{z_2 - 1} &= \frac{x + 1 + yi}{x - 1 + yi} = \frac{(x + 1 + yi)(x - 1 - yi)}{a} \\ &= \frac{(x - 1)(x + 1) + y^2 + (y(x - 1) - (x + 1)y)i}{a} \end{aligned}$$

Số  $\frac{z_2 + 1}{z_2 - 1}$  thuần ảo khi  $\begin{cases} (x - 1)(x + 1) + y^2 = 0 \\ y(x - 1) - (x + 1)y \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y \neq 0 \end{cases}$

Do đó biểu diễn của  $z_2$  là đường tròn tâm  $O$ , bán kính bằng 1 trừ đi điểm  $M(1; 0)$ ;  $N(-1; 0)$

Mặt khác tập hợp điểm biểu diễn của  $z_1$  là đường tròn tâm  $O$ , bán kính bằng 1, nên:

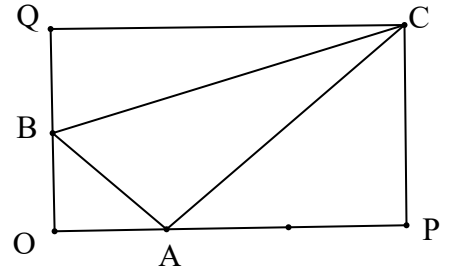
$$z_1^2 z_2 - z_1 z_2^2 = \sqrt{2} \Leftrightarrow z_1 z_2 (z_1 - z_2) = \sqrt{2}, \text{ khi đó } |z_1 - z_2| = \sqrt{2}$$

Do  $OA = OB = 1$ ,  $AB = \sqrt{2}$ , nên tam giác OAB vuông cân tại O.

Điểm P là biểu diễn hình học của  $3z_1$ ; Q là biểu diễn hình học của  $2z_2$ .

Dựng hình chữ nhật OPCQ thì điểm C là biểu diễn hình học của  $3z_1 + 2z_2$ .

$$\text{Do đó: } S_{ABC} = 6 - \frac{3}{2} - \frac{1}{2} - 2 = 2$$



**Câu 44.**

Mặt cầu có tâm  $I(1; 2; 3)$ , bán kính  $R = 3$ .

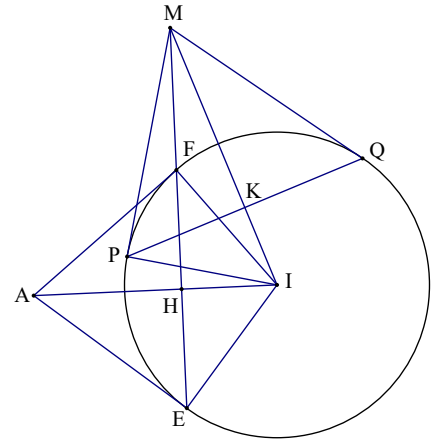
$IA = 3\sqrt{3}$ , theo hệ thức lượng tròn tam giác vuông thì:

$$IH \cdot IA = IE^2 \Rightarrow IH = \frac{IE^2}{IA} = \frac{9}{3\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$

Do  $PQ = EF$  nên  $IM = IA = 3\sqrt{3}$ , khi đó

$$MH^2 = MI^2 - IH^2 = 27 - 3 = 24 \Rightarrow MH = 2\sqrt{6}$$

Do H cố định, nên M chạy trên đường tròn tâm H, bán kính  $r = 2\sqrt{6}$ .



**Câu 45.** + Biểu diễn hình học của  $z_1$  là điểm A thì A thuộc đường tròn  $I(2; 4)$ , bán kính  $R = 1$ .

+ Biểu diễn hình học  $z_2$  là điểm B thì điểm B thuộc đường thẳng  $(d): x - y = 0$ , đường thẳng  $(d)$  có vec tơ pháp tuyến là  $\vec{n}(1; -1)$ .

+ Theo giả thiết ta có  $z_1 - z_2 = k(1 + 2i)$ ,  $k \in \mathbb{R}$ , do đó:

$$\vec{OA} - \vec{OB} = \vec{BA} = k\vec{u}, \text{ với } \vec{u}(1; 2).$$

Hay đường thẳng AB có phương cố định (song song với đường thẳng có vec tơ chỉ phương là  $\vec{u}(1; 2)$  cố định.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng  $(d)$ .

Đặt  $\widehat{BAH} = \varphi$  thì  $\cos \varphi = \left| \cos(\vec{n}; \vec{v}) \right|$ . Ta có:

$$\cos \varphi = \left| \cos(\vec{n}; \vec{v}) \right| = \frac{1}{\sqrt{10}}, \text{ suy ra}$$

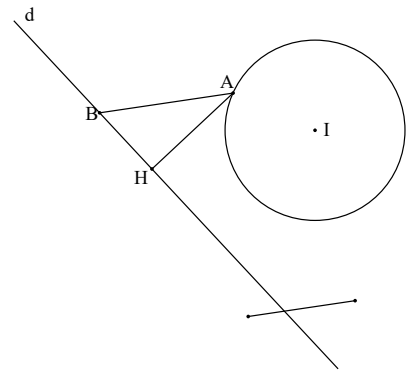
$\frac{AH}{AB} = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow AB = AH\sqrt{10}$ . Do đó AB nhỏ nhất hay lớn nhất khi AH nhỏ nhất hay lớn nhất.

$$\text{Hay: } \begin{cases} M = \sqrt{10}(R + d(I, (d))) = \sqrt{10}(1 + \sqrt{2}) \\ m = \sqrt{10}(d(I, (d)) - R) = \sqrt{10}(\sqrt{2} - 1) \end{cases}$$

$$\text{Do đó } M + m = 2\sqrt{20} = 4\sqrt{5} \approx 8,94$$

**Câu 46.** Điều kiện:  $2y + 1 > 0$ . Giả thiết được viết lại:

$$\log_5(x^2 + (y+1)^2) - \log_5(2y+1) \leq \log_3(x^2 + y^2 + 16y + 8) - \log_3(x^2 + y^2)$$



$$\Leftrightarrow \log_5 \frac{(x^2 + (y+1)^2)}{2y+1} \leq \log_3 \frac{(x^2 + y^2 + 16y + 8)}{x^2 + y^2} \Leftrightarrow \log_5 \left( \frac{x^2 + y^2}{2y+1} + 1 \right) \leq \log_3 \left( 1 + \frac{8(2y+1)}{x^2 + y^2} \right)$$

$$\Leftrightarrow \log_5 \left( \frac{x^2 + y^2}{2y+1} + 1 \right) - \log_3 \left( 1 + \frac{8(2y+1)}{x^2 + y^2} \right) \leq 0. \text{ Đặt } t = \frac{x^2 + y^2}{2y+1} > 0, \text{ khi đó ta có:}$$

$$f(t) = \log_5(t+1) - \log_3 \left( 1 + \frac{8}{t} \right) \leq 0, t > 0$$

Ta có  $f'(t) = \frac{1}{(t+1)\ln 5} - \frac{-8}{t^2} = \frac{1}{(t+1)\ln 5} + \frac{8}{t^2 \left( 1 + \frac{8}{t} \right) \ln 3} > 0, \forall t > 0$ , hay hàm số

$f(t)$  luôn đồng biến trên  $(0; +\infty)$ , mặt khác  $f(4) = 0$ , khi đó:

$$f(t) = \log_5(t+1) - \log_3 \left( 1 + \frac{8}{t} \right) \leq 0 \Leftrightarrow f(t) \leq f(4) \Leftrightarrow t \leq 4 \Leftrightarrow \frac{x^2 + y^2}{2y+1} \leq 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 8y + 4 \Leftrightarrow x^2 + (y-4)^2 \leq 20.$$

Khi đó xét biểu thức  $x = -y + P$ , thay vào bất phương trình ta được

$$(P-y)^2 + (y-4)^2 \leq 20 \Leftrightarrow 2y^2 - 2(P+4)y + P^2 - 4 \leq 0, \text{ bất phương trình phải có nghiệm nên } \Delta' = -P^2 + 8P + 24 \geq 0 \Leftrightarrow 4 - 2\sqrt{10} \leq P \leq 4 + 2\sqrt{10}$$

**Câu 47.** Gọi  $O$  là tâm hình chữ nhật  $ABCD$ , vì  $A'A = A'B = A'C$  nên  $A'O \perp (ABCD)$ .

$$\text{Ta có } (A'AC) \cap (DA'C') = A'C' \quad (1)$$

Gọi  $M$  là trung điểm  $OC$ . Vì  $OD = OC = CD = 2a$  nên  $\triangle DOC$  đều.

Suy ra  $DM \perp AC$ , mà  $DM \perp A'O$  nên  $DM \perp (A'ACC')$

$$\Rightarrow DM \perp A'C'.$$

Kẻ  $MN \parallel A'O$  ( $N \in A'C'$ ) thì

$$MN \perp (ABCD) \Rightarrow MN \perp (A'B'C'D') \Rightarrow MN \perp A'C' \quad (2)$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} A'C' \perp MN \\ A'C' \perp DM \end{cases} \Rightarrow A'C' \perp (MND) \Rightarrow A'C' \perp DN \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) suy ra

$$\left( \widehat{(A'AC)}, \widehat{(DA'C')} \right) = \left( \widehat{MN}, \widehat{DN} \right) = \widehat{DNM} = 30^\circ.$$

$$\text{Ta có } AD = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2a\sqrt{3} \text{ và } DM = \frac{CD\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow A'O = MN = \frac{DM}{\tan \widehat{MND}} = 3a.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB \cdot AD \cdot A'O = 2a \cdot 2\sqrt{3}a \cdot 3a = 12a^3\sqrt{3}.$$

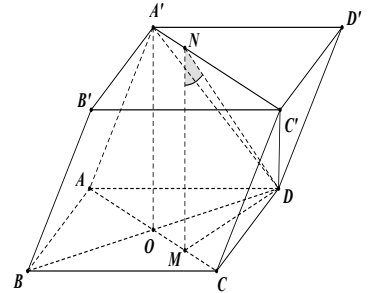
**Câu 48.** Ta có:

$$f'(x) = \frac{f(x)}{x \ln x} + 3x^2 \ln x \Leftrightarrow f'(x) - \frac{f(x)}{x \ln x} = 3x^2 \ln x \Leftrightarrow \frac{-f(x)}{x \ln^2 x} + \frac{f'(x)}{\ln x} = 3x^2$$

$$\Leftrightarrow \left( \frac{1}{\ln x} f(x) \right)' = 3x^2. \text{ Lấy nguyên hàm hai vế ta được: } \frac{1}{\ln x} f(x) = x^3 + C.$$

Do  $f(e) = e^3$  nên  $C = 0$ , hay  $f(x) = x^3 \ln x$ .

$$\text{Vậy } \int_e^{e^2} \frac{f(x)}{x^4} dx = \int_e^{e^2} \frac{\ln x}{x} dx = \int_e^{e^2} \ln x d(\ln x) = \left( \frac{1}{2} \ln^2 x \right) \Big|_e^{e^2} = \frac{3}{2}$$



**Câu 49.**

**Cách 1:** Ta có  $g'(x) - \frac{1}{6}h'(x) = (2x+3)(x-1)^2$ , do đó hai đồ thị hàm số  $y = g'(x)$  và  $y = \frac{1}{6}h'(x)$  tiếp xúc với nhau tại điểm có hoành độ  $x = 1$ .

Mặt khác  $g'(x) \geq 0, \forall x \geq 0$  và  $h'(x) \leq 0, \forall x \geq 0$ .

Suy ra hai đồ thị hàm số  $y = g'(x)$  và  $y = \frac{1}{6}h'(x)$  tiếp xúc với nhau và tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ  $x = 1$ .

$$\text{Do đó ta có điều kiện: } \begin{cases} g'(1) = 0 \\ g''(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b = 0 \\ 2a+b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \end{cases}$$

Khi đó  $k = f'(-2) = 5$ . Vậy phương trình tiếp tuyến là  $y = 5x + 1$ .

**Cách 2:**  $g(x) = f(x) - \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x + 1 \Rightarrow g'(x) = f'(x) - 2x^2 - x + 1$

$g'(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1 - 2x^2 - x + 1$ . Theo giả thiết ta có:

$g'(x) \geq 0$  với  $\forall x \geq 0$  tương đương với:  $ax^2 + bx \geq -x^3 + 2x^2 + x - 2; \forall x \geq 0$ .

$$h(x) = f(x) - \frac{1}{6}(3x^4 + 2x^3 - 9x^2 + 12x - 1) \Rightarrow h'(x) = f'(x) - \frac{1}{6}(12x^3 + 6x^2 - 18x + 12)$$

$h'(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1 - 2x^3 - x^2 + 3x - 2$ . Theo giả thiết ta có:

$h'(x) \leq 0$  với  $\forall x \geq 0$  tương đương với:  $ax^2 + bx \leq x^3 + x^2 - 3x + 1; \forall x \geq 0$

$$\text{Ta có hệ điều kiện: } \begin{cases} ax^2 + bx \geq -x^3 + 2x^2 + x - 2(1) \\ ax^2 + bx \leq x^3 + x^2 - 3x + 1 \end{cases}, \forall x \geq 0 (*)$$

$$\text{Thay } x=1 \text{ vào hệ trên ta được: } \begin{cases} a+b \geq 0 \\ a+b \leq 0 \end{cases} \Rightarrow a+b=0 \Leftrightarrow b=-a.$$

Thay vào bất phương trình (1) ta được:  $ax^2 - ax \geq -x^3 + 2x^2 + x - 2$

$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 + (a-1)x - 2) \geq 0$ . Để bất phương trình đúng với  $\forall x \geq 0$  thì điều kiện cần là phương trình  $x^2 + (a-1)x - 2 = 0$  có nghiệm  $x = 1$ , hay  $a = 2 \Rightarrow b = -2$ .

Thử lại với  $a = 2 \Rightarrow b = -2$  thì ta thấy hệ bất phương trình (\*) có dạng:

$$\begin{cases} x^3 - 3x + 2 \geq 0 \\ x^3 - x^2 - x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2(x+2) \geq 0 \\ (x-1)^2(x+1) \geq 0 \end{cases} \text{ luôn đúng với } \forall x \geq 0.$$

Do đó:  $f'(x) = x^3 + 2x^2 - 2x + 1$ .

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm có hoành độ  $x = -2$  là  $k = f'(-2) = 5$ .

Phương trình tiếp tuyến là  $y = 5x + m$ , tiếp tuyến đi qua điểm  $M(0;1)$  nên  $m = 1$ .

Vậy phương trình tiếp tuyến là  $y = 5x + 1$ .

**Câu 50.**  $+ Q = \frac{MG}{NG} + \frac{NG}{MG} \geq 2$ . Dấu bằng khi và chỉ khi  $\frac{MG}{NG} = \frac{NG}{MG} = 1$  hay  $G$  là trung điểm  $MN$ .

**Cách 1:** Gọi  $M(a; b; 0)$ , do  $G\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$  nên  $N\left(\frac{4}{3} - a; \frac{4}{3} - b; \frac{4}{3}\right)$ . Mặt khác  $N \in (Oxz)$  có phương

trình  $y = 0$ , nên  $\frac{4}{3} - b = 0 \Leftrightarrow b = \frac{4}{3}$ .

Hay  $M\left(a; \frac{4}{3}; 0\right)$ , tức là  $M$  luôn thuộc đường thẳng  $x = \frac{4}{3} + t, y = \frac{4}{3}, z = 0$ .

Do đó  $\left(2; \frac{4}{3}; 0\right)$  thuộc đường thẳng đã cho.

**Cách 2:**  $SG$  cắt mp( $ABCD$ ) tại tâm  $I$  của hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $K$  là trung điểm của  $SG$ . Từ  $K$  dựng mặt phẳng song song với mp( $ABCD$ ) cắt  $SA, SB, SC, SD$  lần lượt tại  $A_1, B_1, C_1, D_1$ . Từ  $N$  dựng mặt phẳng song song với mp( $ABCD$ ) cắt  $SG$  tại  $N'$ .

Ta có:  $\frac{NG}{MG} = \frac{N'G}{OG}; \frac{NG}{MG} = 1 \Leftrightarrow N' \text{ trùng } K \Leftrightarrow N \text{ thuộc}$

cạnh  $A_1B_1$  của hình bình hành  $A_1B_1C_1D_1$ . Nối  $A_1G$  cắt  $AC$  tại  $E, B_1G$  cắt  $BD$  tại  $F$ .

+ Từ đó  $Q = 2$  khi và chỉ khi  $M$  thuộc đoạn thẳng  $EF$ .

Ta có:  $G\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right); K\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$ .

Phương trình mặt phẳng ( $A_1B_1C_1D_1$ ) là  $z - \frac{4}{3} = 0$ .

Do đó ta tìm được:  $A_1\left(0; 0; \frac{4}{3}\right), B_1\left(\frac{2}{3}; 0; \frac{4}{3}\right)$ . Từ đó ta tìm được  $E\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; 0\right), F\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; 0\right)$ .

Đường thẳng  $EF$  có phương trình  $x = \frac{4}{3} + t, y = \frac{4}{3}, z = 0$ . Do đó  $\left(2; \frac{4}{3}; 0\right)$  thuộc đường thẳng đã cho.

